Redes de Sensores

Introducción & detección

Manuel A. Vázquez
Joaquín Míguez
Jose Miguel Leiva

28 de enero de 2025

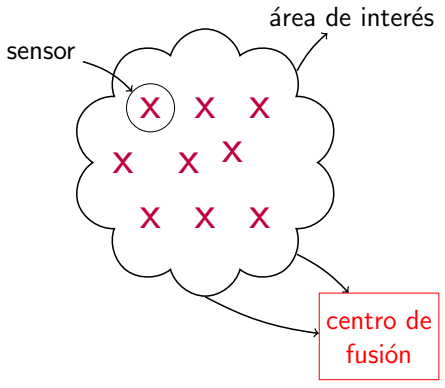
Índice

1. Introducción
   - Panorama
2. Estructuras/topologías
   - Tipos
3. Enrutamiento
   - Djikstra
4. Detección
   - Tests locales
   - Test global
   - Ejemplo
   - Neyman-Pearson

Índice

1. Introducción
   - Panorama
2. Estructuras/topologías
   - Tipos
3. Enrutamiento
   - Djikstra
4. Detección
   - Tests locales
   - Test global
   - Ejemplo
   - Neyman-Pearson

Redes de sensores



- WSN (wireless sensor network): conjunto de nodos sensores desplegados en una zona de interés para monitorizar un fenómeno físico.
- Sensor/Nodo: dispositivo con capacidad sensorial, procesado y almacenamiento local de datos, comunicaciones.
- Propiedades: cooperación, adaptabilidad, auto-organización, robustez.
- Centro de fusión: dispositivo donde se integran los datos generados por los nodos sensores.

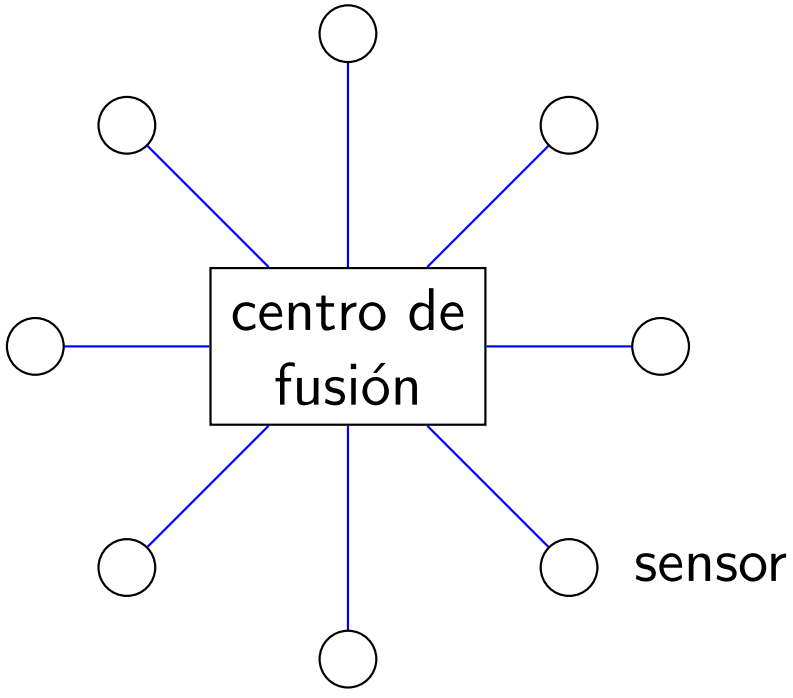
Aplicaciones

- Militares: comando, control, comunicaciones, vigilancia, reconocimiento, detección/tracking de objetivos.
- Salud/medicina: monitorización, diagnóstico, asistencia, e.g.,
  - CodeBlue y Vital Dust, dispositivos que monitorizan ritmo cardíaco, oxígeno, electrocardiograma, y lo envía a una PDA.
- Ingeniería civil, e.g.,
  - Edificios inteligentes
  - Ciudades inteligentes (en España...)
- Monitorización ambiental, e.g.,
  - Princeton's Zebranet Project
  - Red de sensores meteorológios desplegada en la Big Island de Hawaii.
  - Red de sensores que monitorizan la ondas infrasónicas en el volcán Tungurahua (Ecuador).
- Agricultura, e.g.,
  - Intel's Wireless Vineyard

Índice

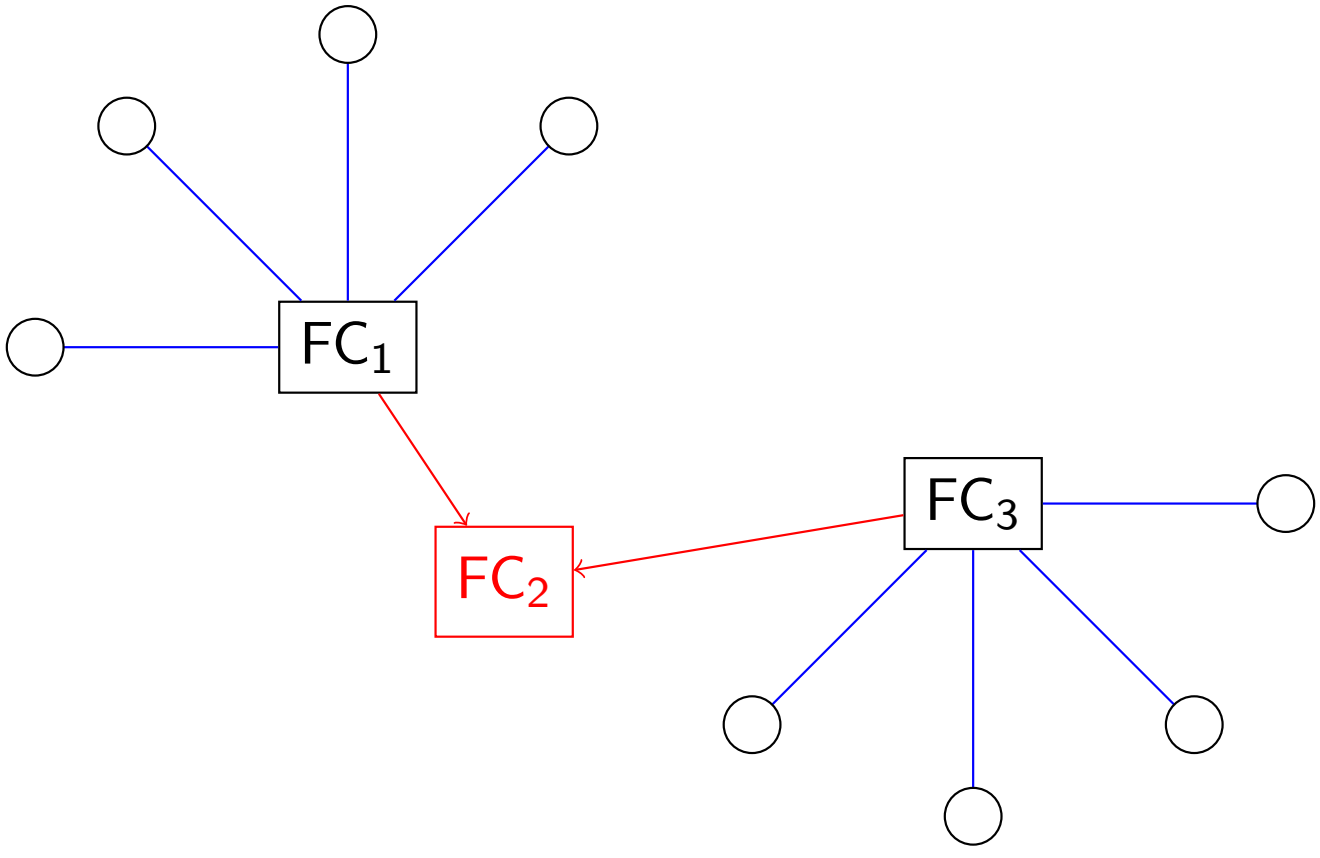
1. Introducción
   - Panorama
2. Estructuras/topologías
   - Tipos
3. Enrutamiento
   - Djikstra
4. Detección
   - Tests locales
   - Test global
   - Ejemplo
   - Neyman-Pearson

Estructura de estrella



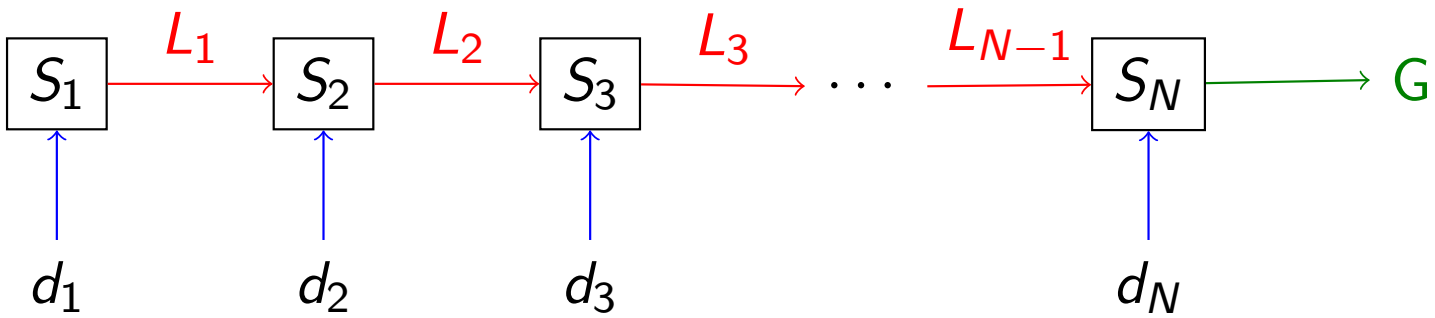
- Comunicaciones: difusión (broadcast) y punto a multi-punto (multicast).
- Comandos de control desde el CF a los sensores. Datos desde los sensores al CF.

Estructura jerárquica



Comunicaciones punto a punto entre CFs.

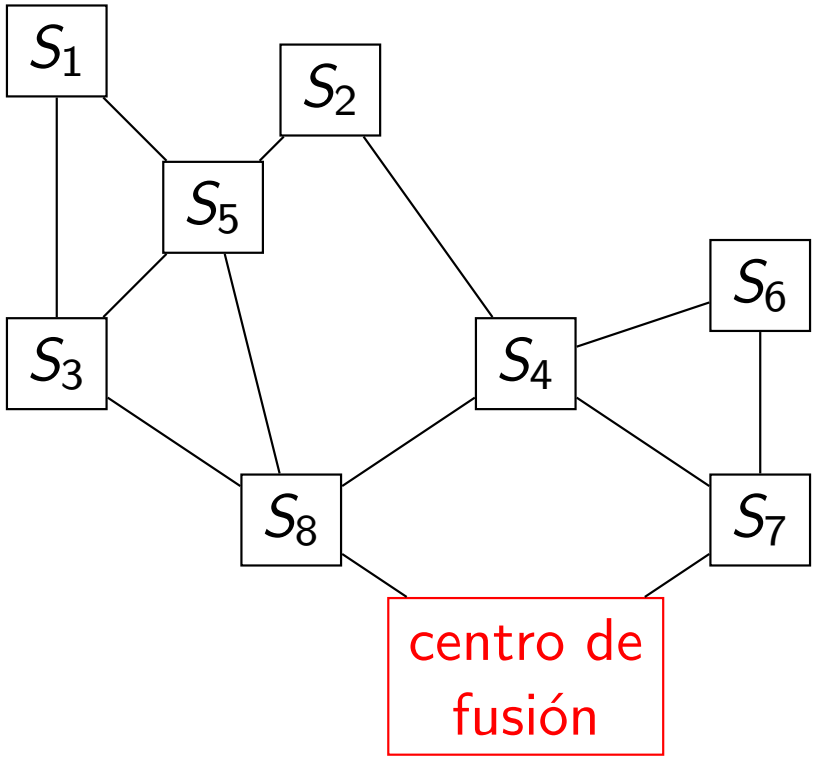
Estructura en serie



- $S_i \equiv$ sensor i-ésimo, $d_i \equiv$ dato/medición del sensor i-ésimo, $L_i \equiv$ salida del procesador local del sensor i-ésimo, $G \equiv$ salida global.
- Procesado recursivo: $L_i = \phi(L_{i-1}, d_i)$.

Estructura en malla

Comunicación *multipunto*



Comunicaciones punto-a-punto y técnicas de encaminamiento de datos.

Índice

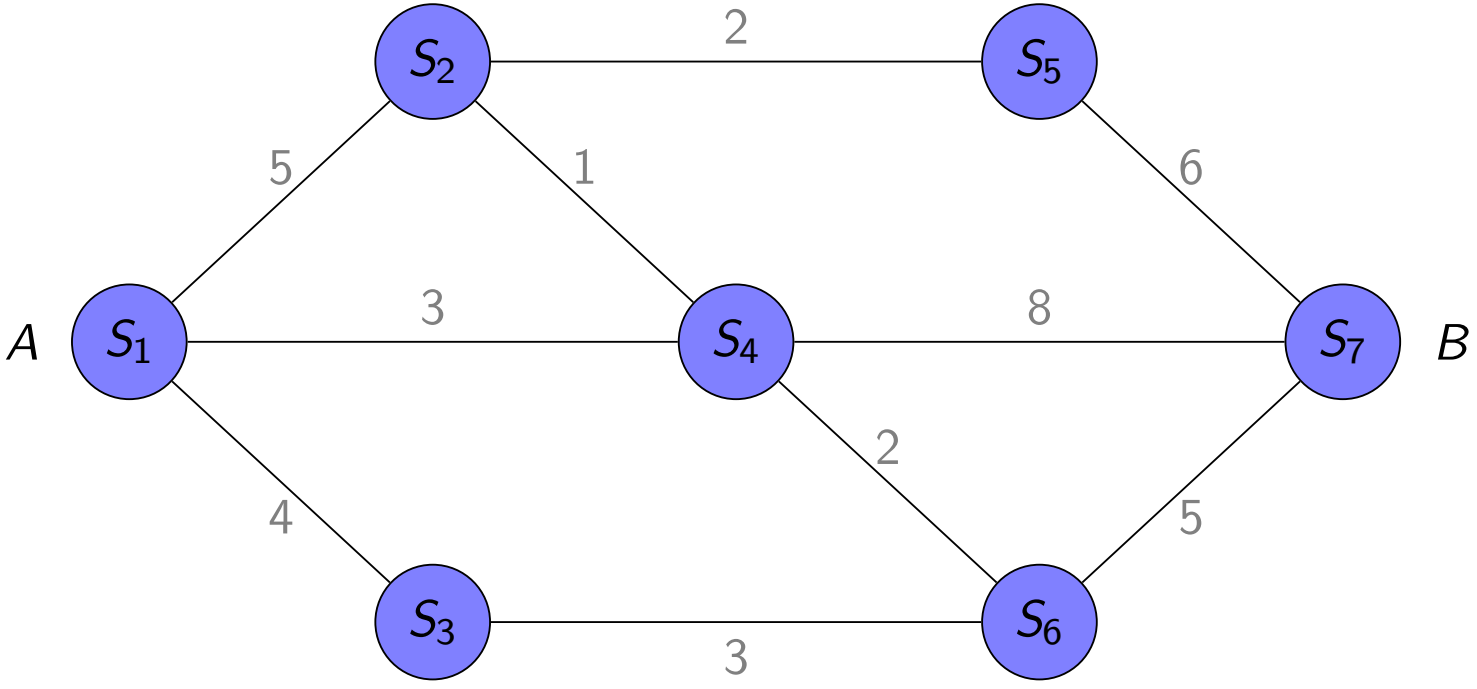
1. Introducción
   - Panorama
2. Estructuras/topologías
   - Tipos
3. Enrutamiento
   - Djikstra
4. Detección
   - Tests locales
   - Test global
   - Ejemplo
   - Neyman-Pearson

Búsqueda del camino óptimo

- En una red ad-hoc, es necesario establecer a priori la ruta a seguir para comunicar los nodos A y B.
- Al ser la energía limitada, se exige que los nodos A y B se comuniquen por la ruta menos costosa.
- En principio, complejidad del problema es combinatoria.
- Algoritmo de Djikstra

Algoritmo de Djikstra

- Partimos de un grafo completamente conectado, donde cada conexión tiene un coste determinado.



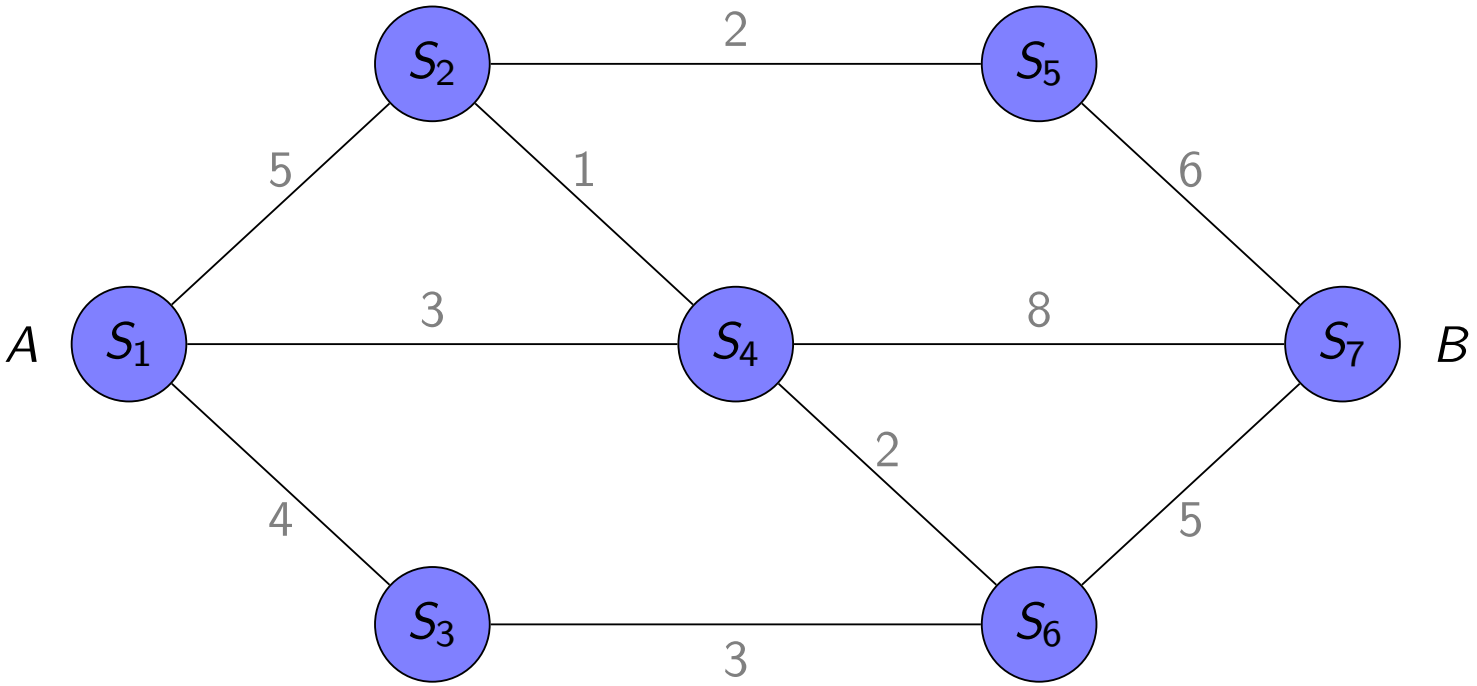
- El coste de conectar A y B a través de un cierto camino es la suma de los pesos de todas las conexiones a lo largo de ese camino.

Algoritmo de Djikstra

- Tres tipos de nodos: el nodo actual (NA), los nodos visitados, y los nodos no visitados.
- Inicialización:
  - el nodo inicial, A, se marca como nodo actual (NA), y su coste *acumulado* es 0
  - el resto de nodos se marcan como no visitados, y el coste del camino que llega a ellos es ∞ (implícito, para no sobrecargar el dibujo)
- Repetir:
  - calculamos la distancia desde el NA **a todos sus vecinos** no visitados ; si para algún nodo la nueva distancia es menor que la anotada, ésta última se sobreescribe
  - marcamos el nodo actual como visitado
  - el nuevo NA es aquel que tiene el menor coste de entre los no visitados

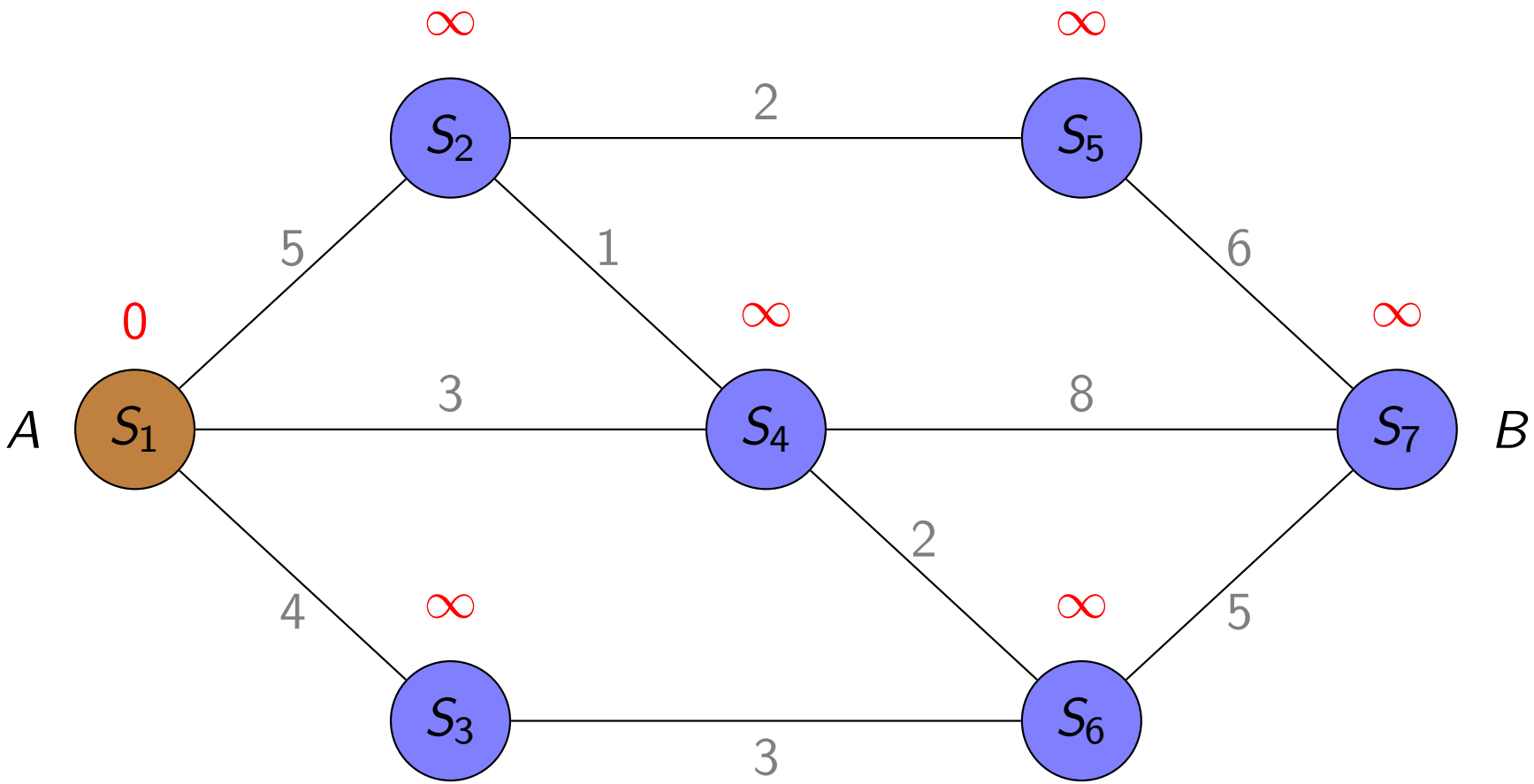
  mientras B no haya sido marcado como visitado.

Ejemplo



- Se desea encontrar el camino de menor peso entre A (sensor S_1) y B (sensor S_7).

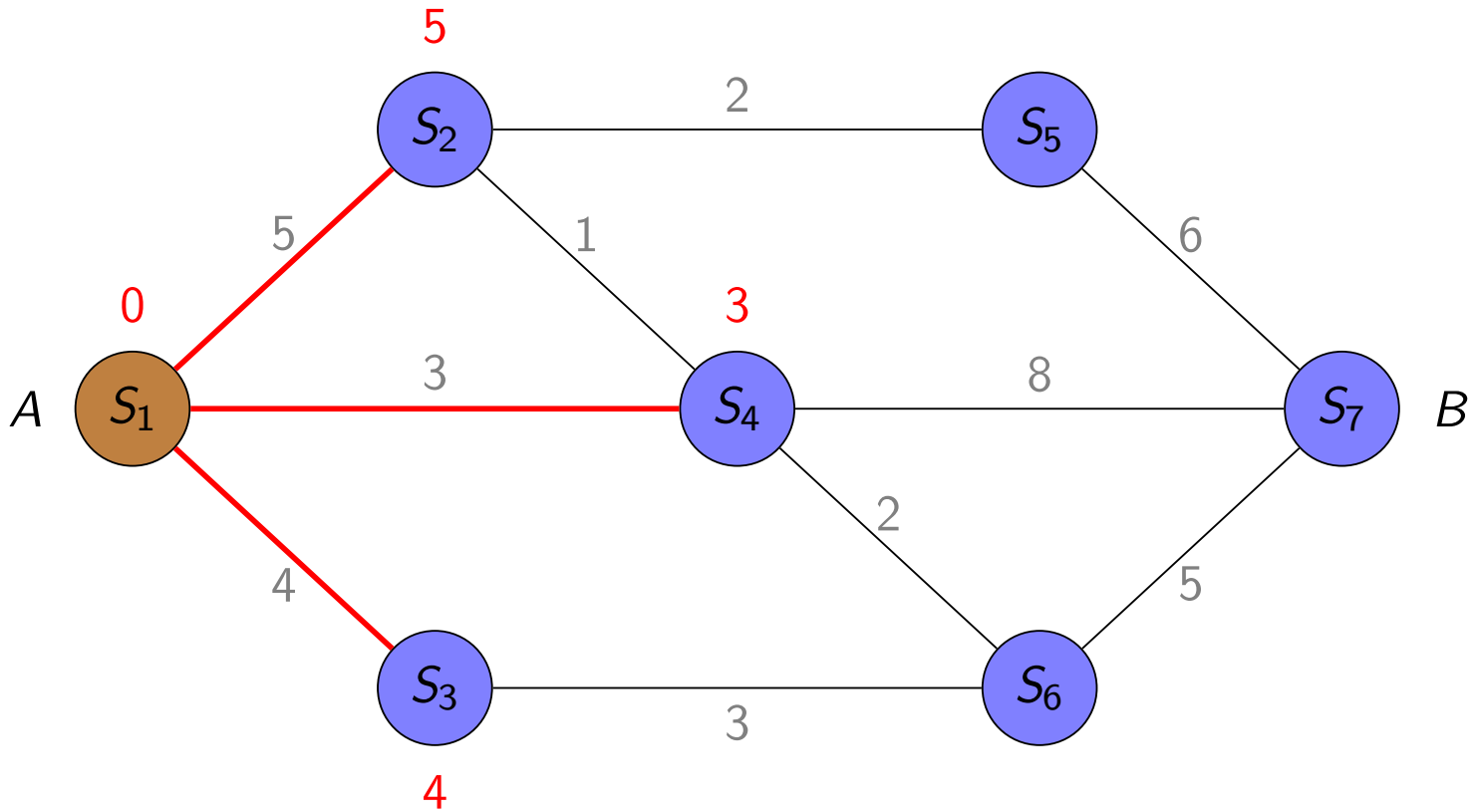
Ejemplo



Inicialización

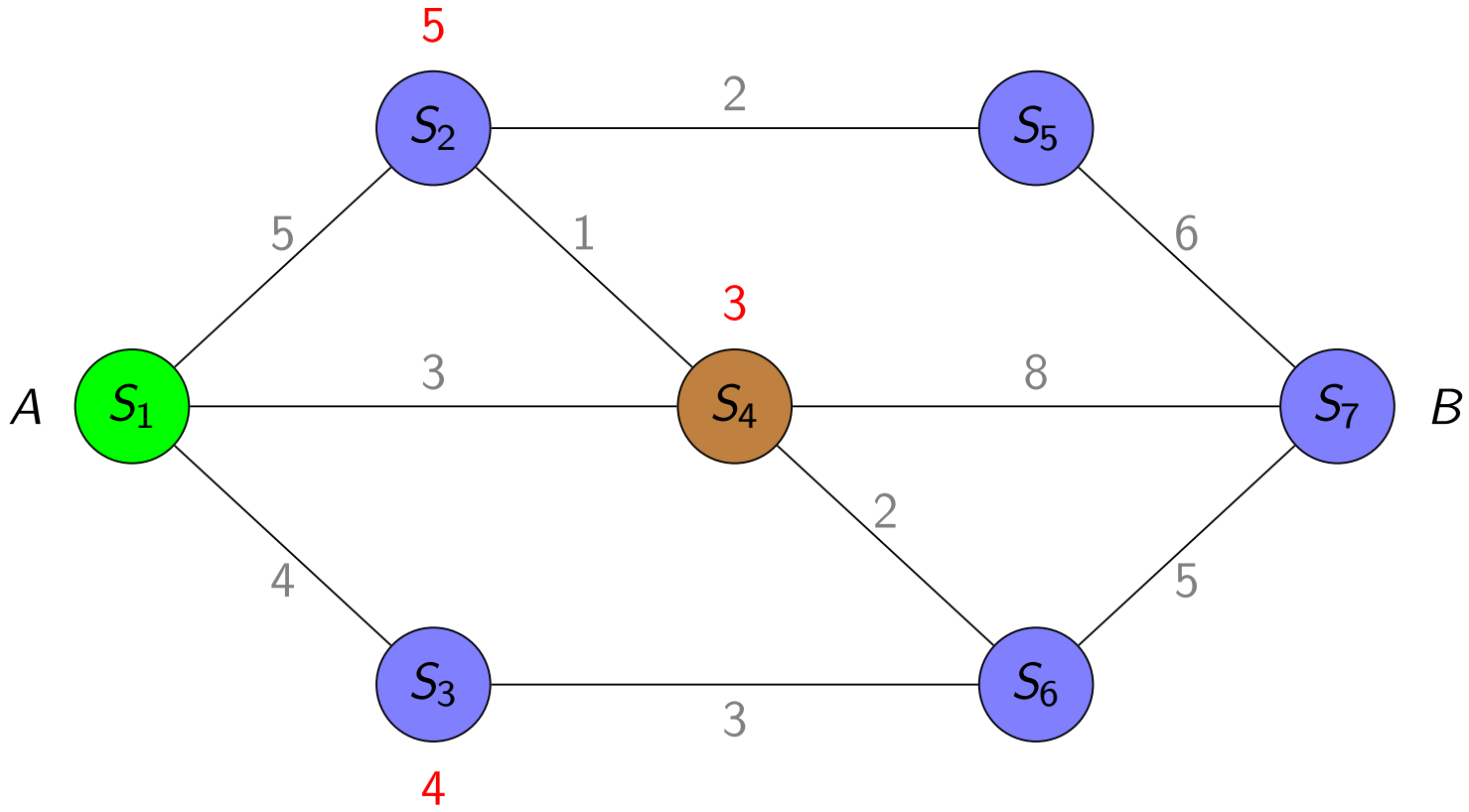
- Designamos el nodo inicial S_1 como nodo actual (NA).
- El coste del camino acumulado hasta el resto de nodos es ∞.

Ejemplo



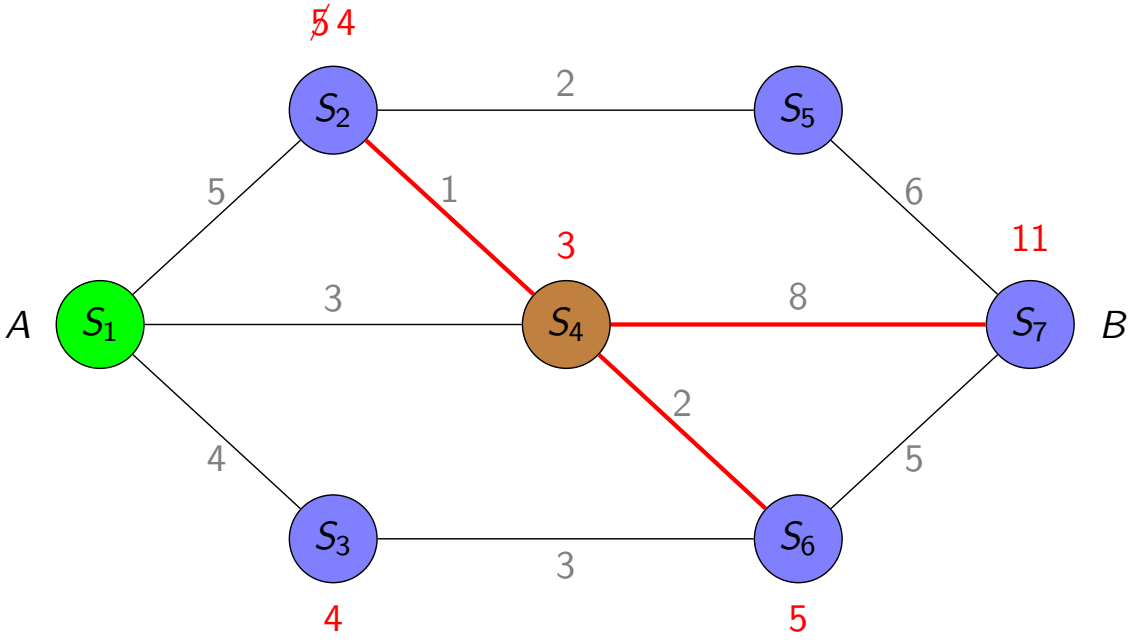
- Calculamos las distancias a los vecinos.

Ejemplo



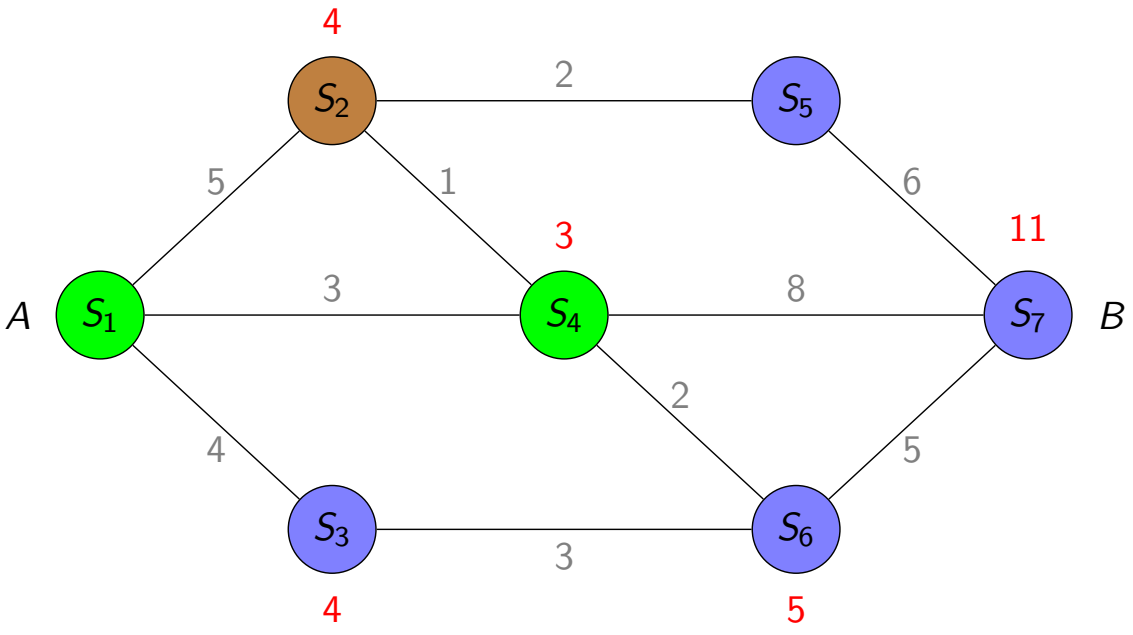
- Marcamos S_1 como visitado.
- De los no visitados, S_4 es el de menor peso: lo designamos NA.

Ejemplo



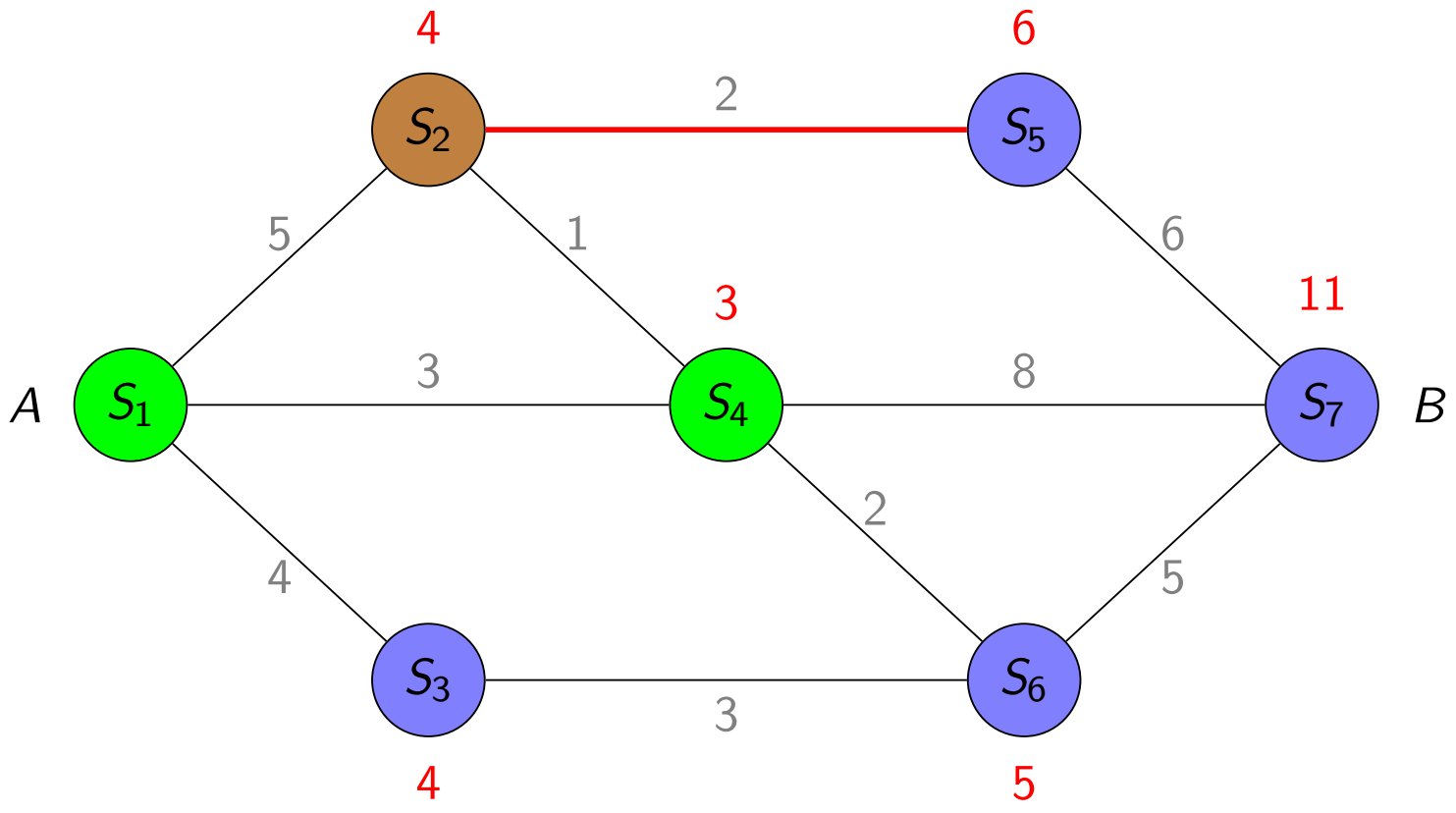
- Calculamos distancias acumuladas a S_2 $(3+1=4)$, a S_6 $(3+2=5)$ y a S_7 $(3+8=11)$.
- Como la nueva distancia acumulada a S_2 es menor que la previamente calculada, la *sobreescribimos*. Es decir, el camino $S_1 \rightarrow S_4 \rightarrow S_2$ tiene menor coste que $S_1 \rightarrow S_2$.

Ejemplo



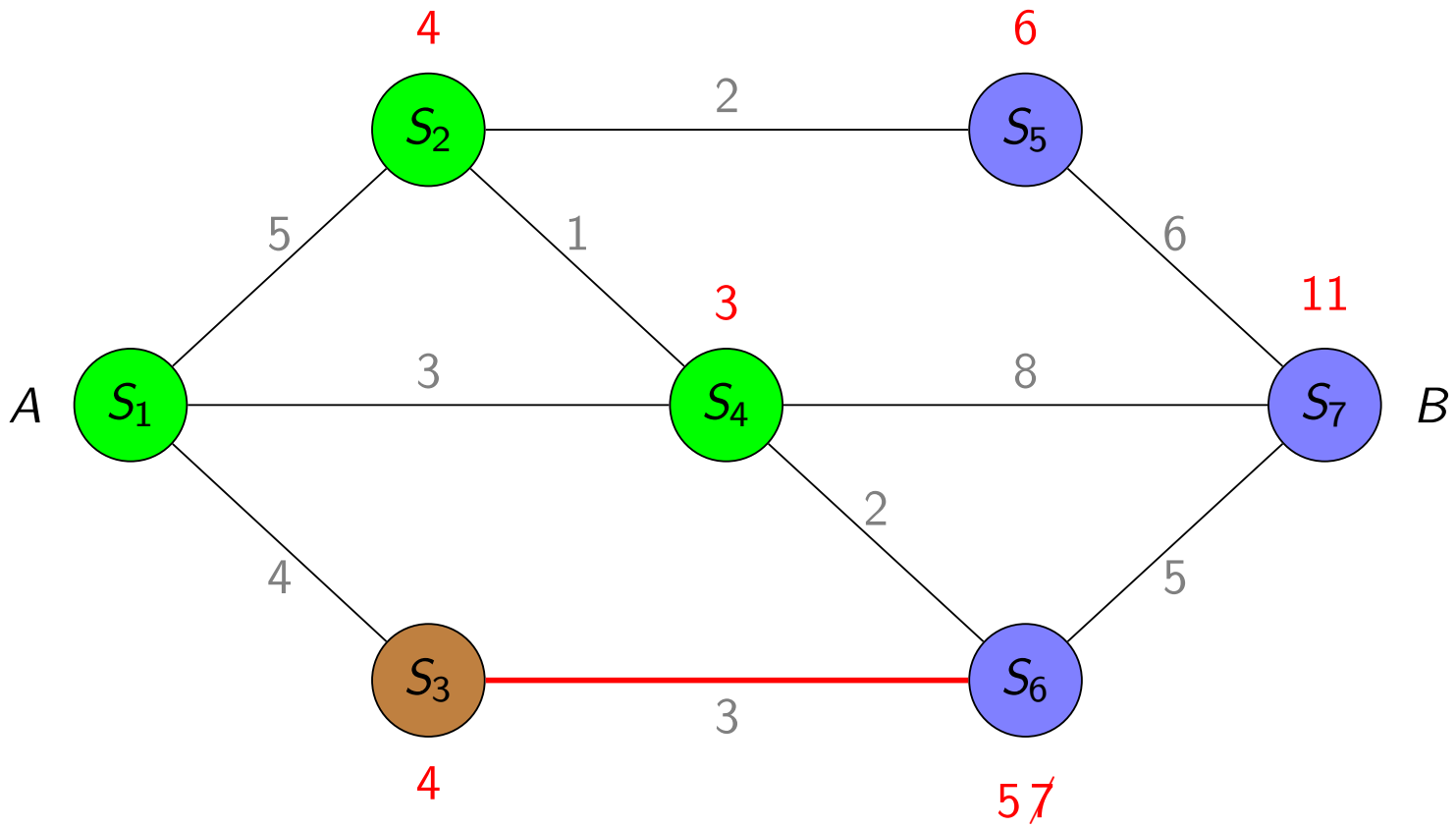
- Los nodos S_2 y S_3 son los de menor peso de los no visitados.
- Elegimos cualquiera de los dos como NA. En este caso, S_2.

Ejemplo



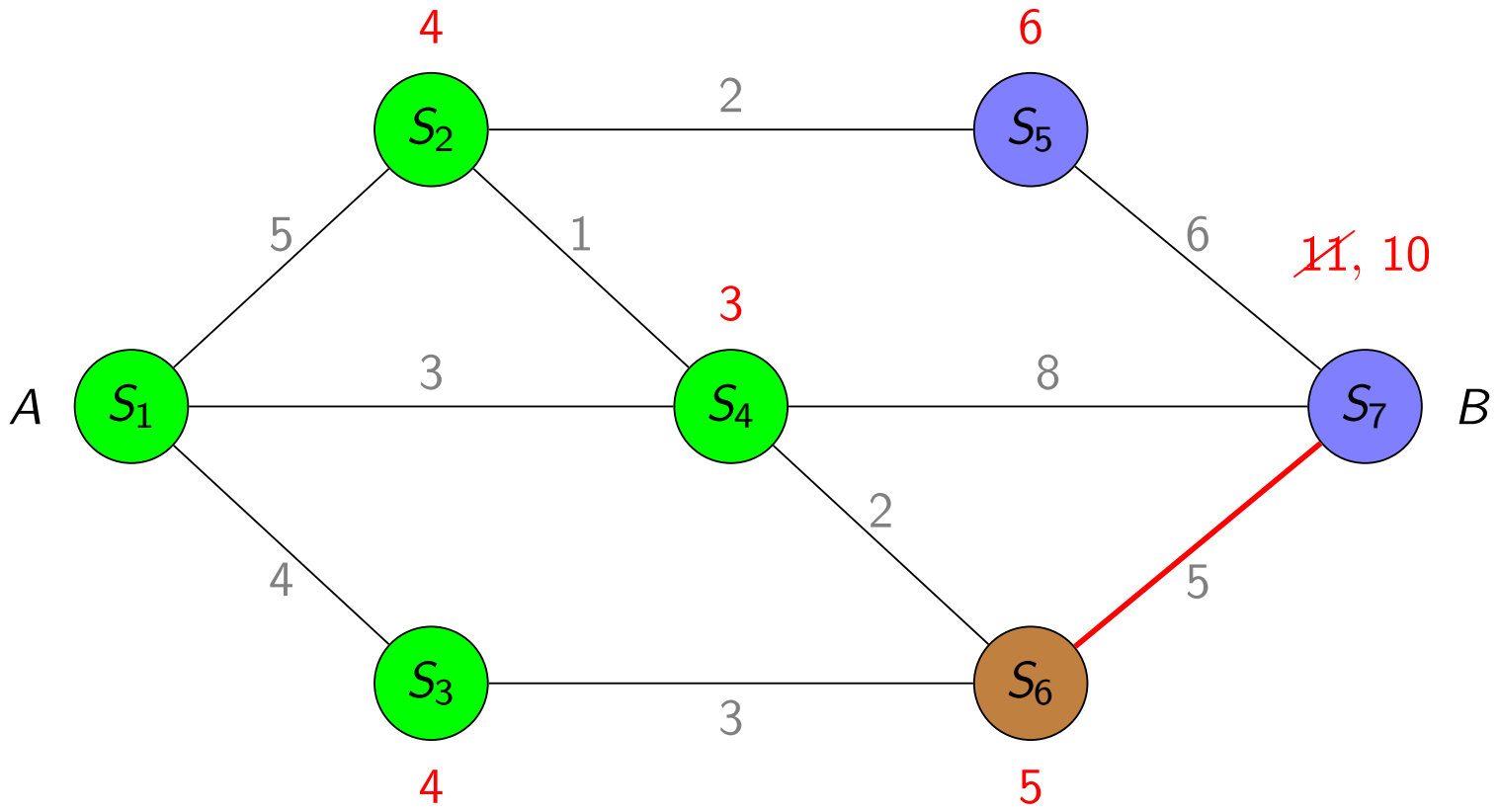
- Calculamos distancia acumulada a S_5, que es el único vecino NV.

Ejemplo



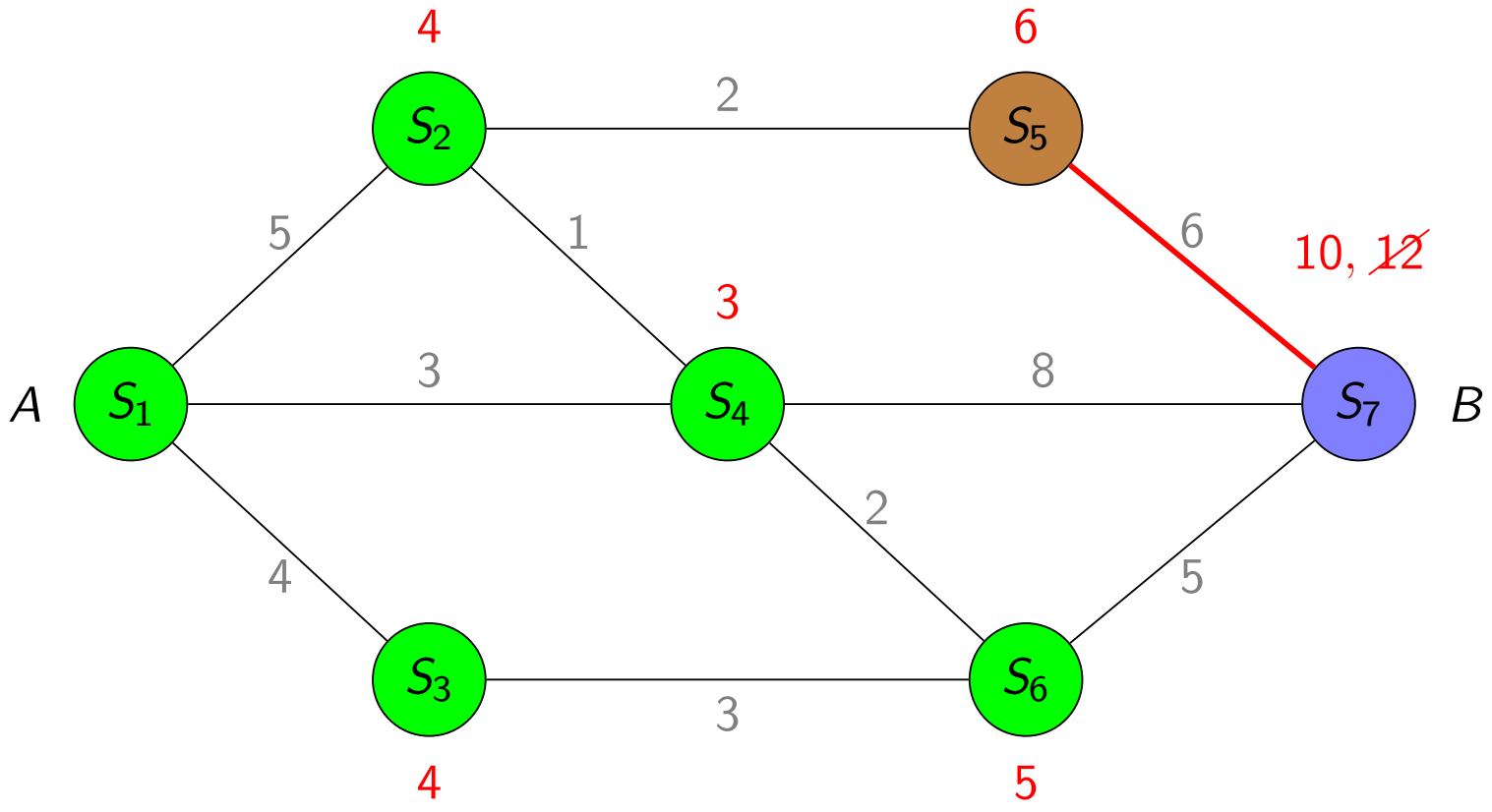
- Designamos S_3 como NA y calculamos distancia acumulada a S_6. Como el resultado es superior al calculado previamente, lo ignoramos.

Ejemplo



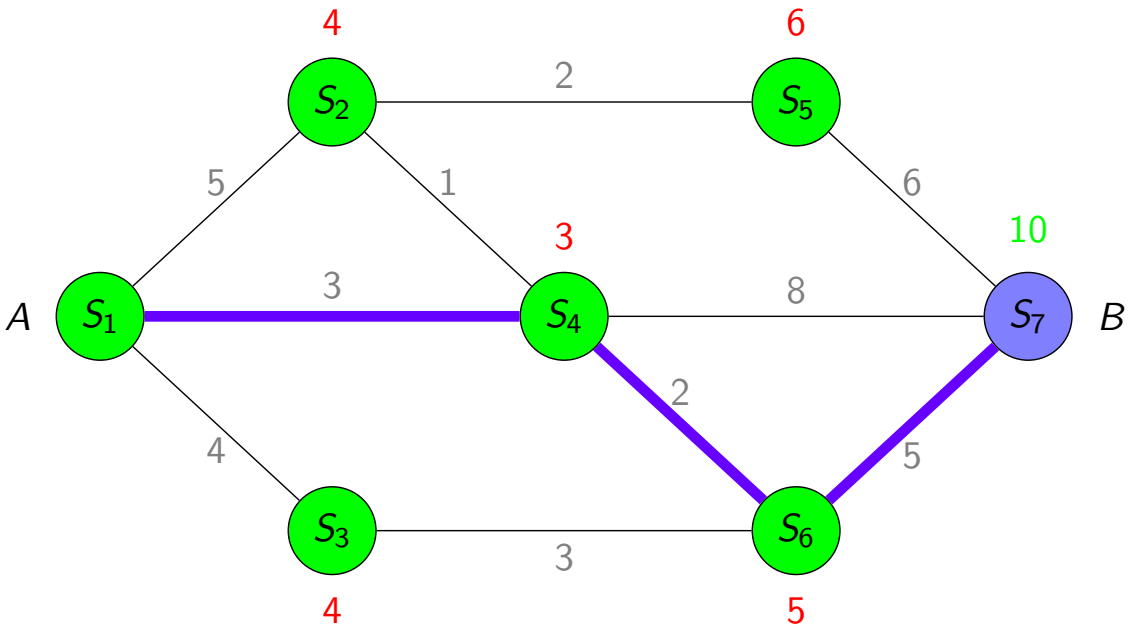
- Designamos a S_6 como NA.
- Actualizamos la distancia a S_7, que es menor que la calculada previamente.

Ejemplo



- Designamos a S_5 como NA.
- Su distancia acumulada a S_7 no mejora la anterior.

Ejemplo



- En la siguiente iteración el nodo S_7 sería marcado como visitado, aquí finalizaría el algoritmo.
- El coste más bajo que se ha encontrado corresponde a la ruta $S_1 \rightarrow S_4 \rightarrow S_6 \rightarrow S_7$.

Índice

1. Introducción
   - Panorama
2. Estructuras/topologías
   - Tipos
3. Enrutamiento
   - Djikstra
4. Detección
   - Tests locales
   - Test global
   - Ejemplo
   - Neyman-Pearson

Red para detección centralizada

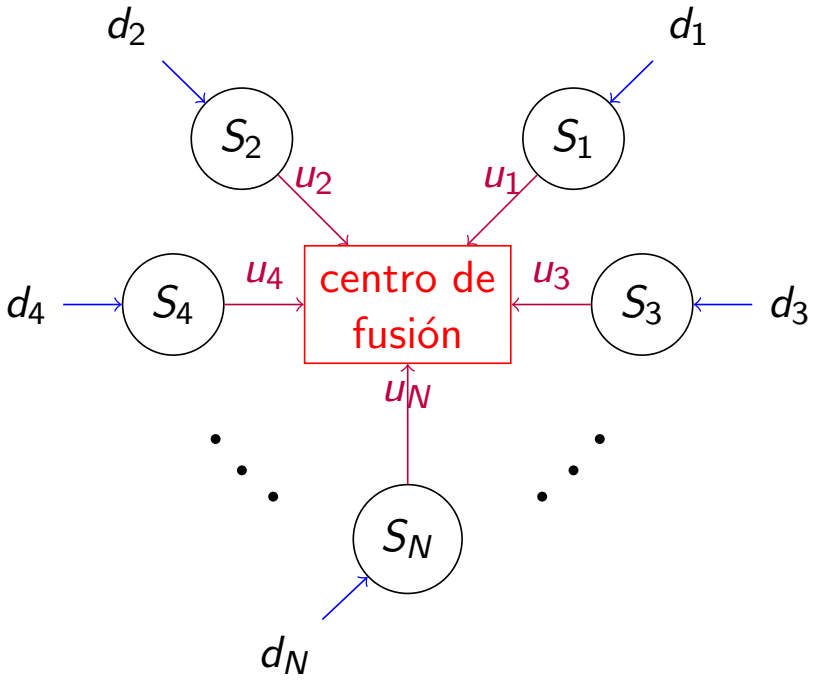


Diagrama básico de una red de sensores inalámbricos.

Estructura de una red con N sensores ($i = 1, ..., N$)

- $S_i \equiv$ sensor i-ésimo
- $d_i \equiv$ observación en el sensor i-ésimo
- $u_i \in \{0, 1\} \equiv$ decisión en el sensor i-ésimo
- $u_0 \in \{0, 1\} \equiv$ decisión en el CF

Procesamiento local

- El sensor S_i, $i \in \{1, ..., N\}$, registra la observación d_i y tiene que tomar una decisión binaria entre las hipótesis
  - H_0: el fenómeno de interés no está presente
  - H_1: el fenómeno de interés sí está presente

  $$u_i = x \Leftrightarrow S_i \text{ "cree" que } H_x \text{ es la hipótesis correcta}$$

- H_0 es la "hipótesis nula", H_1 es la "hipótesis alternativa"
- A partir de d_i se calcula un estadístico $t_i(d_i)$ que sirve para tomar la decisión. La observación d_i es aleatoria, mientras que t_i es una función determinista de d_i.
- La salida del test binario es $u_i \in \{0, 1\}$:

$$u_i = \begin{cases} 0, & \text{si } t_i(d_i) < \beta_i \\ 1, & \text{si } t_i(d_i) > \beta_i \end{cases}$$

donde β_i es el umbral del test. Si $t_i(d_i) \in \mathbb{R}$, la probabilidad de que $t_i(d_i) = \beta_i$ es 0.

Procesamiento local: parámetros de interés

Los parámetros de interés del test i-ésimo (en el sensor correspondiente) son:

- la probabilidad de falsa alarma

$$\alpha_i = \mathbb{P}\{u_i = 1|H_0\} = \mathbb{P}\{t_i(d_i) > \beta_i|H_0\},$$

- la probabilidad de detección

$$\gamma_i = \mathbb{P}\{u_i = 1|H_1\} = \mathbb{P}\{t_i(d_i) > \beta_i|H_1\},$$

- la probabilidad de pérdida

$$\varepsilon_i = \mathbb{P}\{u_i = 0|H_1\} = \mathbb{P}\{t_i(d_i) < \beta_i|H_1\}.$$

Fusión de datos I

- Los sensores transmiten sus decisiones locales al centro de fusión (CF) de la red. En el CF, la "observación" es el vector

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_N \end{bmatrix} \in \{0,1\}^N.$$

- El CF procesa el vector $\mathbf{u}$ para obtener una salida global $u_0 \in \{0,1\}$.
- Sea $\mathbb{P}\{H_k|\mathbf{u}\}$ la probabilidad de que la hipótesis H_k ($k \in \{0,1\}$) sea cierta dado el vector de decisiones locales $\mathbf{u}$. El test bayesiano óptimo es:

$$\mathbb{P}\{H_0|\mathbf{u}\} \underset{u_0=1}{\overset{u_0=0}{\gtrless}} \mathbb{P}\{H_1|\mathbf{u}\}$$

o equivalentemente

$$u_0 = \begin{cases} 0 & \text{si } \mathbb{P}\{H_0|\mathbf{u}\}/\mathbb{P}\{H_1|\mathbf{u}\} > 1 \\ 1 & \text{si } \mathbb{P}\{H_0|\mathbf{u}\}/\mathbb{P}\{H_1|\mathbf{u}\} < 1 \end{cases}$$

Fusión de datos II

- Empleando el teorema de Bayes, podemos escribir la probabilidad a posteriori de la hipótesis H_k como

$$\mathbb{P}\{H_k|\mathbf{u}\} = \frac{\mathbb{P}\{\mathbf{u}|H_k\}\mathbb{P}\{\mathbf{H}_k\}}{\mathbb{P}\{\mathbf{u}\}},$$

  donde $\mathbb{P}\{H_k\}$ es la probabilidad a priori de la hipótesis H_k.

- Si definimos el umbral β_0 como el cociente de probabilidades a priori,

$$\beta_0 = \mathbb{P}\{H_0\}/\mathbb{P}\{H_1\},$$

  y el estadístico $T(\mathbf{u})$ como el cociente de verosimilitudes

$$T(\mathbf{u}) = \mathbb{P}\{\mathbf{u}|H_1\}/\mathbb{P}\{\mathbf{u}|H_0\}$$

  entonces podemos reescribir el test bayesiano óptimo como

$$u_0 = \begin{cases} 1 & \text{si } T(\mathbf{u}) > \beta_0 \\ 0 & \text{si } T(\mathbf{u}) < \beta_0 \end{cases}$$

Fusión de datos III

En resumen, para tomar la decisión *global* necesitamos

- un umbral *global*, β_0, que depende de:
  - la probabilidad (*a priori*) de H_0, $\mathbb{P}\{H_0\}$
  - la probabilidad (*a priori*) H_1, $\mathbb{P}\{H_1\}$

  (son complementarias, i.e., $\mathbb{P}\{H_0\} + \mathbb{P}\{H_1\} = 1$)
- el estadístico $T(\mathbf{u})$, que depende de
  - la verosimilitud de H_0, $\mathbb{P}\{\mathbf{u}|H_0\}$
  - la verosimilitud de H_1, $\mathbb{P}\{\mathbf{u}|H_1\}$

Si las decisiones locales son (condicionalmente) independientes entonces se puede escribir el estadístico $T(\mathbf{u})$ en términos de los parámetros de los tests locales

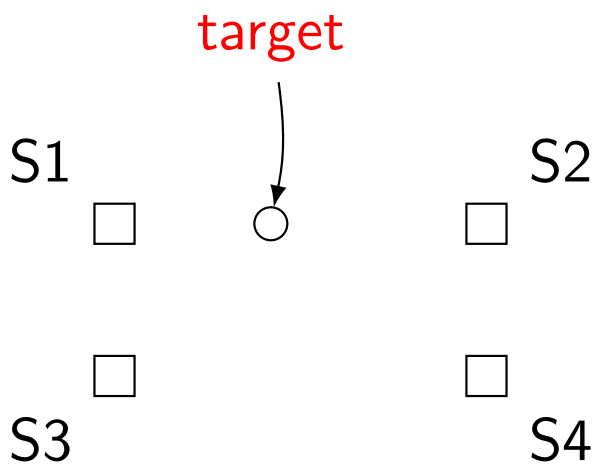
$$T(\mathbf{u}) = \frac{\mathbb{P}\{\mathbf{u}|H_1\}}{\mathbb{P}\{\mathbf{u}|H_0\}} = \frac{\prod_{i=1}^{N} \mathbb{P}\{u_i|H_1\}}{\prod_{i=1}^{N} \mathbb{P}\{u_i|H_0\}}$$

Fusión de datos: parámetros de interés

- Los parámetros del test son

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= \mathbb{P}\{u_0 = 1|H_0\} \equiv \text{ probabilidad de falsa alarma} \\ \gamma_0 &= \mathbb{P}\{u_0 = 1|H_1\} \equiv \text{ probabilidad de detección} \\ \varepsilon_0 &= \mathbb{P}\{u_0 = 0|H_1\} \equiv \text{ probabilidad de pérdida} \end{aligned}$$

Ejemplo



- Al ser los sensores idénticos todos tienen la misma probabilidad de falsa alarma, $\alpha_i = \alpha = 10^{-3}$.
- Al estar a diferentes distancias del objetivo, tenemos $\gamma_1 = 0{,}9$, $\gamma_2 = 0{,}7$, $\gamma_3 = 0{,}5$ y $\gamma_4 = 0{,}3$.
- Supongamos que $\mathbb{P}\{H_1\} = 10^{-3}$.

Ejemplo I

- El umbral viene dado por

$$\beta_0 = \mathbb{P}\{H_0\}/\mathbb{P}\{H_1\} = 0{,}999/0{,}001 \approx 10^3.$$

- Supongamos que $\mathbf{u} = [1, 0, 0, 1]^T$. Determinemos cuál es la decisión global u_0.

$$\begin{aligned} T(\mathbf{u}) &= \frac{\mathbb{P}\{\mathbf{u}|H_1\}}{\mathbb{P}\{\mathbf{u}|H_0\}} = \frac{\prod_{i=1}^4 \mathbb{P}\{u_i|H_1\}}{\prod_{i=1}^4 \mathbb{P}\{u_i|H_0\}} \\ &= \frac{\mathbb{P}\{u_1|H_1\}\mathbb{P}\{u_2|H_1\}\mathbb{P}\{u_3|H_1\}\mathbb{P}\{u_4|H_1\}}{\mathbb{P}\{u_1|H_0\}\mathbb{P}\{u_2|H_0\}\mathbb{P}\{u_3|H_0\}\mathbb{P}\{u_4|H_0\}} \\ &= \frac{\gamma_1}{\alpha_1}\frac{\epsilon_2}{(1-\alpha_2)}\frac{\epsilon_3}{(1-\alpha_3)}\frac{\gamma_4}{\alpha_4} \\ &= \frac{0{,}9}{10^{-3}}\frac{(1-0{,}7)}{0{,}999}\frac{(1-0{,}5)}{0{,}999}\frac{0{,}3}{10^{-3}} \\ &= 4{,}05 \times 10^4 > \beta_0 \Rightarrow u_0 = 1. \end{aligned}$$

Ejemplo II

- Supongamos ahora que $\mathbf{u} = [0, 1, 0, 0]^\top$. Determinemos cuál es la decisión global u_0.

$$\begin{aligned} T(\mathbf{u}) &= \frac{\epsilon_1}{(1-\alpha_1)} \frac{\gamma_2}{\alpha_2} \frac{\epsilon_3}{(1-\alpha_3)} \frac{\epsilon_4}{(1-\alpha_4)} \\ &= \frac{0{,}1}{0{,}999} \frac{(0{,}7)}{10^{-3}} \frac{(1-0{,}5)}{0{,}999} \frac{(1-0{,}3)}{0{,}999} \\ &= 24{,}57 < \beta_0 \rightarrow u_0 = 0. \end{aligned}$$

Lema de Neyman-Pearson

Lema: Neyman-Pearson

Considere el problema de elegir entre dos hipótesis H_0 y H_1 a partir de un conjunto de datos D. El test que evalúa el cociente de verosimilitudes

$$T(D) = \frac{\mathbb{P}\{D|H_1\}}{\mathbb{P}\{D|H_0\}},$$

con probabilidad de falsa alarma constante α (asociada a un umbral de decisión β), maximiza la probabilidad de detección γ.

- El test bayesiano óptimo pertenece a la clase de Neyman-Pearson y maximiza, por tanto, la probabilidad de detección γ.
- Para una probabilidad de falsa alarma fija $\alpha_i = \alpha \; \forall i$, la probabilidad de detección global γ se maximiza si usamos tests locales óptimos en todos los sensores.